



**CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BRASÍLIA - CEUB**  
**PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**FLÁVIO VINÍCIUS ÁVILA DE SOUZA**

**MONITORAMENTO BASEADO EM VIBRAÇÕES**  
**VARIAÇÃO DE PARÂMETROS DINÂMICOS DE UMA ESTRUTURA VIA MATLAB**

**BRASÍLIA**

**2021**

**FLÁVIO VINÍCIUS ÁVILA DE SOUZA**

**MONITORAMENTO BASEADO EM VIBRAÇÕES  
VARIAÇÃO DE PARÂMETROS DINÂMICOS DE UMA ESTRUTURA VIA MATLAB**

Relatório final de pesquisa de Iniciação Científica apresentado à Assessoria de Pós-Graduação e Pesquisa.

Orientação: Rosanna Duarte Fernandes Dutra

**BRASÍLIA**

**2020**

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de expressar minha sincera gratidão aos meus pais Eustáquio e Cida por possibilitar e incentivar minha jornada, à minha orientadora professora Rosanna Duarte Fernandes Dutra por toda atenção e ensinamentos, à minha querida irmã Alanna e meus amigos Hugo e Rafael por todo apoio e companheirismo.

## EPÍGRAFE

“Mesmo a carência de ar livre deixa de ser, para o trabalhador, carência; o homem retorna à caverna, que está agora, porém, infectada pelo mefítico [ar] pestilento da civilização, e que ele apenas habita muito precariamente, como um poder estranho que diariamente se lhe subtrai, do qual ele pode ser diariamente expulso, se não pagar. [...] A expansão dos produtos e das carências o torna escravo inventivo e continuamente calculista de desejos não humanos, requintados, não naturais e pretensiosos – a propriedade privada não sabe fazer da carência rude [uma] carência humana.

Tem de pagar esta casa mortuária.” (MARX, 2010, p.139 a 140)

## RESUMO

A necessidade de métodos mais eficazes e completos de monitoramento estrutural, bem como o desafio de fazê-lo através de avaliação de características vibracionais, têm fomentado o desenvolvimento e difusão de técnicas nesse âmbito. Grande parte dessas técnicas surgem da busca de entender o estado de conservação de uma estrutura a partir da investigação de suas frequências naturais. Em vista disso, o presente trabalho busca analisar a sensibilidade das características vibracionais baseadas nas frequências naturais de uma estrutura, considerando variações em relação à geometria de sua seção transversal e à inércia. Nessa perspectiva, através do Método dos Elementos Finitos (MEF) no software MatLab, utilizou-se dados provindos de simulações computacionais de ensaios dinâmicos em 6 modelos de uma viga (5 vigas com um dano na mesma posição, mas de intensidade diferente e uma viga intacta). Com base nessa amostragem, foram feitas comparações entre as frequências naturais observadas em cada modelo, assim como, entre as respostas dinâmicas para frequências de ordens diferentes. Com isso, foi possível observar que quanto mais acentuada for a avaria na estrutura, maior será a alteração nas suas frequências naturais. Dessa forma, quando o nível de dano for pequeno, estas frequências variam pouco em relação à viga intacta. Além disso, constatou-se que frequências menores possibilitam maior contraste para observação de danificação. Assim, esses resultados favorecem a aplicação do ensaio analisado para detecção de danos e observação de evolução da degradação de uma estrutura, como também, orientam a faixa de frequência mais sensível para esses objetivos.

**Palavras-chave:** Dinâmica das Estruturas; Detecção de Danos; Monitoramento de Integridade estrutural; Dano; Frequência.

## **LISTAS DE FIGURAS**

FIGURA 1	12
FIGURA 2	13
FIGURA 3	18
FIGURA 5	18
FIGURA 4	19

## **LISTAS DE GRÁFICOS**

GRÁFICO 1	20
GRÁFICO 2	20
GRÁFICO 3	22
GRÁFICO 4	22
GRÁFICO 5	22
GRÁFICO 6	23
GRÁFICO 7	23
GRÁFICO 8	23
GRÁFICO 9	23
GRÁFICO 10	23

## **LISTAS DE TABELAS**

TABELA 1	17
TABELA 2	19
TABELA 3	20

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
3	OBJETIVOS	9
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	10
3	MÉTODO	15
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	20
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	24
	REFERÊNCIAS	25

## 1. INTRODUÇÃO

Engenheiros e pesquisadores, particularmente no âmbito da indústria aeroespacial e offshore de petróleo, começaram a utilizar a detecção de danos com base em vibração durante o final da década de 1970 e o início da década de 1980.

No início as abordagens utilizadas foram baseadas em modelos numéricos correlacionados com propriedades modais medidas de componentes não danificados e danificados.

Estudos e pesquisas relacionados à detecção de danos em estruturas de Engenharia Civil são imprescindíveis, uma vez que a detecção de uma modificação estrutural é fundamental para evitar a ocorrência de incidentes graves com consequências desastrosas no âmbito social, econômico e ambiental. Visto isso, a exploração científica nesse campo se mostra bastante conveniente e atual ao observarmos que a negligência no monitoramento das condições de serviços de uma estrutura tem propiciado desastres e prejuízos de grandes magnitudes.

A ideia básica da detecção de danos é a de que os parâmetros modais (frequências, formas modais e amortecimento modal) são funções das propriedades físicas da estrutura (massa, amortecimento e rigidez) e, portanto, qualquer mudança destas propriedades causará alterações nos parâmetros modais. Este fato permite a detecção de danos a partir da resposta dinâmica da estrutura.

A avaliação de dano em estruturas por meio de dados vibracionais medidos tem recebido considerável atenção devido às suas aplicações práticas (Doebeling et al, 1996) e (Barbosa et al, 2001). Com isso, pesquisas têm se concentrado na avaliação dinâmica como parte do diagnóstico estrutural em um processo conhecido como identificação modal, onde é possível extrair características modais e a partir da variação desses parâmetros observar modificações de estados estruturais originais gerados por variações de geometria e carregamento. As características estruturais que observamos em ensaios dinâmicos são as frequências próprias, as taxas de amortecimento e os modos de vibração estruturais, que são diretamente afetados pelas variações das propriedades físicas da estrutura, como sua massa e sua rigidez (DOEBLING et al., 1996; SALAWU, 1997; CRÉMONA, 2004).

Os ensaios dinâmicos de uma estrutura visam obter características da mesma em forma de modos e frequências naturais de vibrações, bem como através de taxas de amortecimento. Esses dados dinâmicos são propriedades intrínsecas de cada estrutura e dependem das condições estruturais que a mesma se encontra. Modificações na rigidez devido à redução de

propriedades físicas e geométricas de elementos danificados podem trazer alterações nos dados obtidos das características modais da estrutura.

O método de avaliação estrutural proposto por Hearn e Testa (1991) utilizou as alterações de frequências de vibrações da estrutura danificada em relação à estrutura intacta para determinação de danos e afirmaram que uma forma modal será mais sensível ao dano em certos elementos e menos em outros.

As técnicas de identificação de danos também diferem pelo número de sensores necessários para aquisição dos dados. Frequências naturais podem ser medidas usando um único ou poucos sensores enquanto o modo, formas ou flexibilidade dinâmica requerem múltiplos sensores. Questões de viabilidade econômica surgem particularmente se a intenção for monitorar uma rede de estruturas.

As alterações nas estruturas provocadas por danos podem ser camufladas completamente pelas mudanças naturais dos parâmetros ambientais. Devido às características locais, a ocorrência de danos ou alteração das condições de fronteira tem influência nas frequências naturais. Através das análises dinâmicas pode-se determinar se uma estrutura em análise está própria para utilização por meio da sua resposta à força dinâmica aplicada. Quando a frequência natural de vibração de uma estrutura coincide com a frequência de uma força externa atuante, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância.

Em vista do que foi apresentado nos parágrafos anteriores, o presente trabalho visa analisar a sensibilidade desse método de avaliação estrutural a partir da observação de características vibracionais de uma estrutura observadas em relação à variação geométrica da seção transversal em estudo.

## **OBJETIVOS**

Este trabalho analisa a sensibilidade das características vibracionais baseadas em frequências naturais de uma estrutura, considerando variações em relação à geometria da seção transversal em estudo bem como, área e inércia, através de simulações computacionais via Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do software MatLab. Busca-se, também, avaliar o efeito da magnitude de danos na variação dessas frequências naturais.

## 2.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1.Dinâmica das Estruturas

As estruturas em geral estão sujeitas à influência de ações externas a ela. Tais ações quando analisadas em função do tempo podem ser divididas em permanentes e variáveis. A primeira contém ações que atuam de forma constante sobre o sistema, isto é, possuem uma variação insignificante (em relação ao tempo) em torno de sua média de incidência. Por outro lado, ações com variações de intensidade significativas ao longo da vida de uma estrutura são classificadas como variáveis. Sendo assim, e visto o objetivo deste estudo, cabe agora focar no segundo tipo de ação evidenciado e ainda, restringir um pouco mais o enfoque para as ações variáveis atribuídas ao efeito de consequentes oscilações de uma estrutura. Essas fazem parte das ações variáveis indiretas e são qualificadas como ações dinâmicas.

É de fundamental importância para a engenharia, mais especificamente para a área de estruturas, a caracterização matemática dessas ações de modo a determinar o efeito e relevância de oscilações, para o controle destas, com o adequado dimensionamento dos componentes estruturais. O estudo desse efeito é chamado de Dinâmica das Estruturas. (Soriano; 2014)

Para compreender melhor a análise dinâmica das estruturas, primeiramente é preciso saber o que é análise determinística e não-determinística. Segundo Clough e Penzien (1993), a resposta estrutural a um carregamento dinâmico é expressa em termos de deslocamento da estrutura. Visto isso, uma análise dos deslocamentos ao longo do tempo, provocado por um carregamento conhecido, é considerada determinística. Por outro lado, a análise não determinística propicia simplesmente em dados estatísticos e probabilísticos sobre o deslocamento resultante e o carregamento, sem valores, para essas variáveis, definidos a cada instante.

Essas ações determinísticas podem ser simuladas por forças dinâmicas equivalentes de modo a fornecer equações de movimento. Soriano (2014) explica que “A construção e resolução dessas equações através de métodos matriciais e técnicas numéricas programadas em computador, assim como a interpretação dos correspondentes resultados, é o que se denomina análise dinâmica de estrutura.”

Apresentadas as explicações aferidas acerca do conceito de análise em dinâmica das estruturas vale ainda ressaltar algumas diferenças entre a problemática dinâmica e a estática. Soriano (2014) classifica como ação dinâmica aquela que desenvolve força de inércia relevante. Sendo assim o deslocamento sofrido por determinada estrutura depende, não só do carregamento aplicado, mas também, das forças inerciais geradas. Além disso, diferente do contexto estático, em dinâmica estrutural não se tem somente uma solução, mas uma sequência de soluções percorrendo todo o período de interesse (Clough e Penzien; 1993)

Para entender melhor os princípios matemáticos e físicos, bem como a dedução das equações de equilíbrio dinâmico, que fundamentam a análise dinâmica, foi feita uma leitura cuidadosa dos livros “Dynamics of Structures” (Clough, Penzien;1993) e “Introdução à dinâmica das estruturas” de Humberto Lima Soriano (2014). Segue abaixo o resultado desse estudo.

O professor Humberto Soriano (2014) explica o equacionamento no campo das ações dinâmicas partindo-se da segunda lei de Newton:

“A derivada, em relação ao tempo, do produto da massa de uma partícula pela velocidade da mesma é proporcional à resultante das forças que lhe são aplicadas e tem a direção desta.”

Assim temos a seguinte formulação:

$$F \propto \frac{d(m \cdot u)/dt}{dt}$$

$$F \propto m \cdot u''$$

Tomando o caso de massa invariante no tempo e unidade de massa escrito por Euler tem-se:

$$F = m \cdot u'' \tag{1}$$

Sendo “u” o vetor deslocamento.

Nesta segunda lei está intrínseco o princípio fundamental da inércia, proposto na primeira lei de Newton onde:

“Toda partícula permanece em estado de repouso ou em movimento retilíneo uniforme, a menos que a resultante das forças que atuam sobre ela seja diferente de zero.”

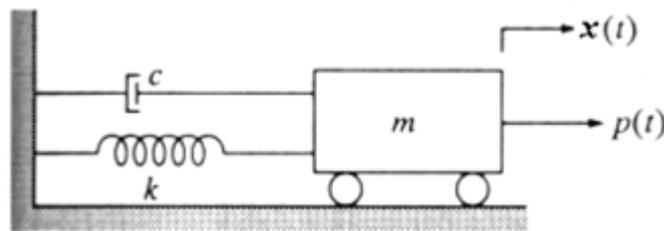
Visto isso, pode-se escrever a equação acima sob a forma do princípio D’Alembert onde é postulado que “uma massa (m) ao ser acelerada, desenvolve força de inércia proporcional e oposta ao seu vetor aceleração”. Assim temos:

$$F - m \cdot u'' = 0$$

Sobre esse passo, Soriano (2014) coloca que “o princípio D’Alembert é uma extensão do comportamento estático ao equilíbrio dinâmico.

A partir disso Clough e Penzien (1993), para aplicação em estruturas, contextualizam essa dinâmica com um modelo massa-mola-amortecedor que simplifica o comportamento de uma estrutura com um grau de liberdade. Essa Idealização é acompanhada também por outros autores como Soriano (2014) visto que a problemática na dinâmica das estruturas exige tal movimento de partirmos do ideal e em seguida, através da teoria, fazemos uma aproximação ao real.

Figura 1 - Sistema massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade (CLOUGH et al. (2003))



Clough, Penzien (1993) e Soriano (2014) expõem que a equação de equilíbrio para esse modelo envolve força de inércia, força de amortecimento e força elástica. A primeira dela já foi explicitada acima na equação sobre o princípio fundamental da inércia. A segunda, para o caso deste estudo foi escolhido na forma de amortecimento viscoso, visto esse conduzir a equações de movimento de resolução relativamente simples e de fornecer resultados satisfatórios para a aplicação em questão. A terceira segue a postulação de força de restituição em um comportamento elástico evidente na lei de Hooke. Com isso temos a equação de equilíbrio do sistema massa-mola-amortecedor ilustrado em contexto de oscilação simples amortecida:

$$F(t) = m \cdot u''(t) + cu'(t) + ku(t) \quad (2)$$

Visto o viés deste estudo, convém seguirmos à forma para a equação de equilíbrio que inclua frequência modal. Uma vez que a partir desta que se desenvolve a análise modal. Para tanto, divide-se toda a equação pela massa “m” e, em seguida faz-se a substituição por termos equivalentes, cuja correspondência está demonstrada no livro “Dynamics of Structures” (Clough, Penzien;1993). Assim temos:

$$\frac{F(t)}{m} = \frac{m}{m} \cdot u''(t) + \frac{c}{m} u'(t) + \frac{k}{m} u(t) \quad (3)$$

onde:

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

$$\frac{c}{m} = 2\xi$$

$$\frac{F(t)}{m} = f(t)$$

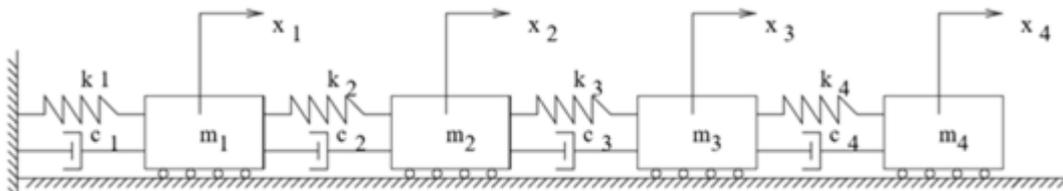
E com isso temos:

$$f(t) = u'' + 2\xi u' + \omega^2 u \quad (4)$$

Neste formato a equação relaciona os termos mais importantes em análise modal: a frequência natural de vibração  $\omega$ , a razão de amortecimento  $\xi$  e a excitação  $f(t)$ .

Com base nisto, Soriano (2014) explica como se expande as noções do modelo simples com um grau de liberdade para modelos mais complexos como o de multigrados de liberdade. Se para um grau de liberdade chega-se à uma equação de equilíbrio, para vários graus de liberdade teremos um sistema de equações de equilíbrio, em que o número de equações é igual ao número de graus de liberdade. Com isso, convém tomar mão da seguinte notação matricial:

Figura 2 – Sistema massa-mola-amortecedor com múltiplos graus de liberdade (CLOUGH et al. (2003))



$$F(t) = M \cdot u''(t) + C u'(t) + K u(t) \quad (5)$$

Em que:

$\ddot{u}(e)$ ,  $\dot{u}(e)$  e  $u(e)$  são, respectivamente, os vetores das acelerações, velocidades e deslocamentos, todos nodais;

$M$ ,  $C$  e  $K$  são, respectivamente, as matrizes de massa, de amortecimento viscoso e de rigidez;

$F(t)$  é o vetor das forças nodais equivalentes às ações externas aplicadas ao elemento.

A resolução acima, aplicada a obtenção das frequências e modos de vibração, nos leva ao seguinte problema de autovalor e autovetor:

$$|k - m\omega^2| = 0 \quad (6)$$

Onde o valor de “ $\omega$ ” corresponde à frequência natural de vibração.

Deste modo, por analogia com o caso da vibração livre com um grau de liberdade, assume-se uma solução harmônica na forma:

$$[K]. \{\varphi\} - [M]. \omega^2. \{\varphi\} = 0 \quad (7)$$

Em que “ $\varphi$ ” corresponde às formas modais de vibração.

Posto isso, tem-se aqui o arcabouço teórico necessário para a fundamentação do estudo que se segue.

## 2.2. Danos em estruturas e monitoramento

Faz-se necessário neste tópico refinarmos a definição de dano em sistemas estruturais. Nesse caso podemos restringir o significado de dano a uma alteração geométrica ou alguma forma de perda de continuidade, isto é, em outras palavras, modificação nas condições de conectividade do sistema. (Fadel Miguel, L.F; 2007)

Decerto, podemos afirmar que todas as estruturas irão, em algum momento, apresentar danos, patologias e outras expressões de deterioração. Visto isso, é imprescindível que isso seja monitorado de forma a prevenir agravamento de avarias existentes e assegurar a segurança da estrutura.

As formas de monitoramento podem ser divididas em não destrutivas e destrutivas. Nessa última, o método mais usual é a inspeção visual que além de ser oneroso, só tem acesso a avarias e anomalias explícitas no exterior da estrutura, propiciando em uma análise incompleta (Leandro; 2007). Com isso, outros métodos de monitoramento não destrutivos vêm sendo desenvolvidos e aplicados em vários campos da engenharia como Ultrassom, Raios-x e tomografia elétrica. O Doutor em engenharia Leandro Fleck (2017) aponta que, apesar do surgimento de variadas técnicas neste campo, essas muitas vezes exigem um conhecimento prévio do local da avaria, além de requerer acesso à parte a ser avaliada. Por essa razão, nos últimos anos estudos e pesquisas têm se concentrado em métodos globais de inspeção, propiciando o desenvolvimento de análises a partir de características dinâmicas das estruturas.

### 2.3. Identificação de danos através de análises modais da estrutura

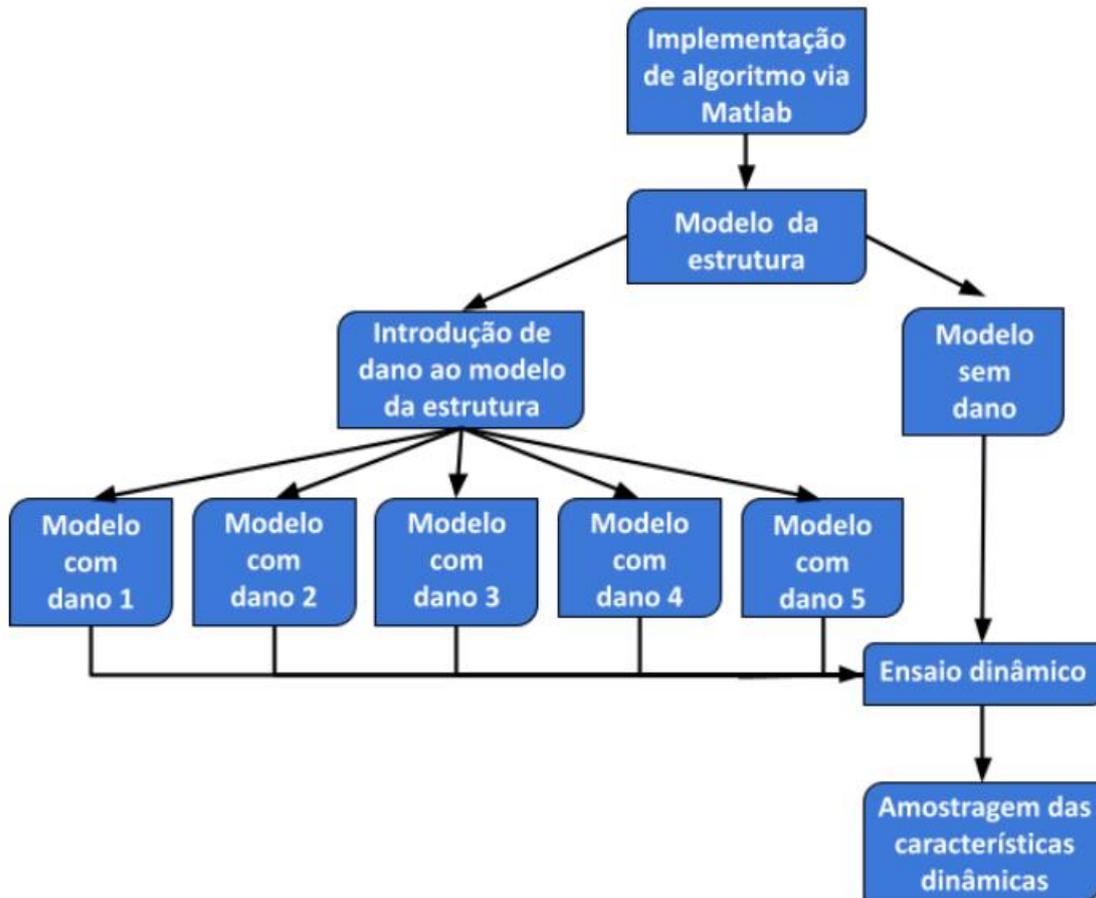
De modo geral, os métodos para detecção de danos são desenvolvidos com base nos parâmetros modais ou utilizando diretamente as respostas dinâmicas da estrutura. (Cury, Alexandre, et al. 2016). No caso deste estudo, a metodologia utilizada alicerçou-se em analisar os modos de vibração de uma estrutura e com isso obter informações acerca de parâmetros dos quais essa característica depende. São esses parâmetros: a massa, a rigidez, a frequência natural, os amortecimentos natural e modal.

Hearn e Testa (1991) compararam frequências de vibração de uma estrutura antes e após dano localizado e a partir desse estudo concluíram que dependendo do tipo de elemento estrutural a detecção de dano a partir de análise modal pode ser mais ou menos sensível.

Visto isso o estudo que se segue alicerçado nesta revisão bibliográfica analisa a sensibilidade das características vibracionais baseadas em frequências naturais de uma estrutura, considerando variações em relação à geometria da seção transversal em estudo, considerando área e inércia, através de simulações computacionais via Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do software MatLab. Além disso, busca-se também, avaliar o efeito da magnitude de danos na variação dessas frequências naturais.

### 3. MÉTODO

Essa pesquisa foi desenvolvida a partir de um modelo computacional de uma viga de aço programado no software Matlab. Em seguida, foram geradas 5 variações desse modelo inserindo danos de diferentes intensidades mas na mesma posição da estrutura. O dano consistiu em redução da área e inércia (variáveis acessadas no algoritmo de programação do modelo) de toda primeira metade da barra metálica. Com base nisso, fez-se, no mesmo programa, simulações de ensaio dinâmico, isto é, imposição de vibração às estruturas e observação de suas respostas vibracionais. A partir dessa amostragem, gerada pela orientadora, têm-se os dados das principais características dinâmicas das estruturas. Para esse trabalho, a característica de maior relevância foi a frequência natural da viga. A análise se estendeu na comparação entre os dados coletados dos 6 modelos examinados.



O modelo estudado é representado por uma viga apoiada em suas extremidades, discretizada em 33 elementos de igual comprimento, com dois graus de liberdade por nó, com seção e propriedades geométricas apresentadas nas imagens abaixo:

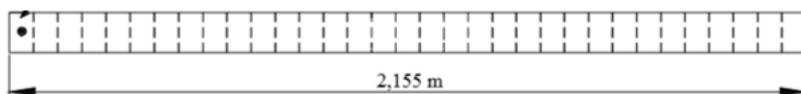


Figura 3 – Viga discretizada

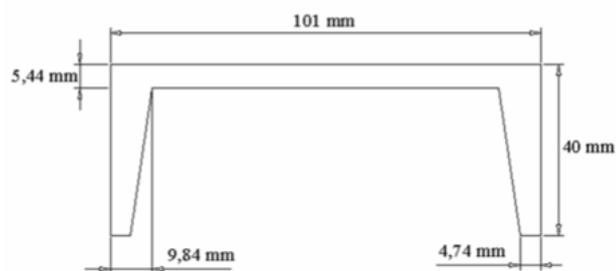
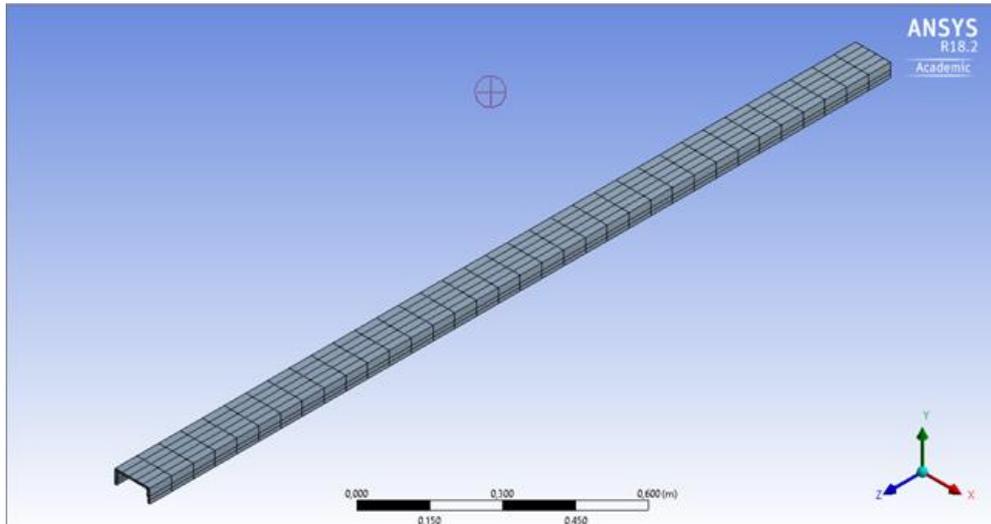


Figura 4 – Seção Transversal da viga metálica estudada

Figura 5 - visualização 3D da viga metálica



(Tabela 1) - propriedades da viga

Propriedades	Valores
Momento de Inércia (I)	$1,302 \times 10^{-7} m^4$
Área Da Seção Transversal (A)	$1,053 \times 10^{-3} m^2$
Massa Específica ( $\rho$ )	$7850 Kg/m^3$
Módulo de Elasticidade longitudinal (E)	$2,07 \times 10^{-11} m^2$

A equação que trará as respostas de frequências da estrutura será a Equação 7, onde M, C e K representam a massa, o amortecimento e a rigidez da viga. A matriz de rigidez utilizada aproxima a estrutura de uma simulação de um ensaio experimental e foi empregue a matriz de massa concentrada aplicando-se a condensação estática. As matrizes e de um elemento podem ser dadas por (Przemienieicki, 1968):

$$(8) \quad K_E = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(4+\mu)}{L(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(2-\mu)}{L(1+\mu)} & -\frac{12EI}{L^2(1+\mu)} \\ \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(2-\mu)}{L(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(4+\mu)}{L(1+\mu)} & \\ -\frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(2-\mu)}{L(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{EI(4+\mu)}{L(1+\mu)} & \\ -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(4+\mu)}{L(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(2-\mu)}{L(1+\mu)} & \\ -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(2-\mu)}{L(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{EI(4+\mu)}{L(1+\mu)} & \\ -\frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(4+\mu)}{L(1+\mu)} & -\frac{12EI}{L^2(1+\mu)} & \frac{EI(2-\mu)}{L(1+\mu)} & \end{bmatrix}$$

$$M_E = \frac{\rho A L}{2} [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (9)$$

Onde E representa o módulo de elasticidade do material (Young),  $\rho$  é a massa específica do material, I a inércia da seção transversal e L o comprimento do elemento,  $\mu$  simboliza a constante de correção devido à deformação por corte e G o módulo de elasticidade transversal.

A condensação estática elimina os graus de liberdade de rotação de todos os nós da matriz de rigidez e passa a trabalhar somente com os graus de translação, simulando o ocorrido em um ensaio experimental.

O dano é introduzido na viga mediante à redução das suas propriedades geométricas (Hear e Testa, 1991), ou seja, alteração de sua área e, por conseguinte, sua inércia. A avaria introduzida culmina em alterações nas propriedades dinâmicas, bem como, uma redução da rigidez e na capacidade portante da viga. Quanto à localização e dimensão dessa avaria, considerando que a estrutura é simétrica, situou-se o dano desde o apoio até a metade da viga, isto significa 50% da viga danificada. A partir disso foram simulados computacionalmente diferentes intensidades de danificação (1, 2, 3, 4 e 5).

Os níveis do dano introduzido foram denominados de acordo com a sua intensidade, por dano 1, o dano mais leve, até o dano 5 que corresponde à maior redução de área e inércia.

Para se ter base nas comparações entre os modelos, calculou-se primeiramente a matriz de rigidez do elemento intacto e, em seguida, dos modelos com dano. Dessa forma, cada matriz de rigidez  $K_E$  possui 33 elementos.

Para as matrizes  $K_E$  intacto,  $K_E$  modificado podemos calcular um índice de redução de rigidez  $K_r$  do elemento danificado em função do elemento intacto:

$$K_r = \left| \frac{K_{E(modificado)}}{K_{E(intacto)}} \right| \quad (10)$$

A tabela 1 abaixo apresenta os valores de redução percentual, em relação à viga sem dano, da área ( $A_r\%$ ), inércia ( $I_r\%$ ) e do consequente aumento do módulo de elasticidade ( $K_r\%$ ) para diferentes danos introduzidos na estrutura.

Tabela 2 – Redução das propriedades geométricas da viga

<b>DANO</b>	<b><math>I_r</math>,%</b>	<b><math>A_r</math>,%</b>	<b><math>K_r</math>,%</b>
<b>1</b>	10	3,45	6,00
<b>2</b>	20	7,17	12,40
<b>3</b>	30	11,20	19,28
<b>4</b>	40	15,66	26,73
<b>5</b>	50	20,63	34,88

A partir disso, simula-se numericamente um ensaio experimental dinâmico determinando-se os históricos de deslocamentos em vários pontos da estrutura. Assim são obtidas as características dinâmicas, mais especificamente, frequências naturais de oscilação da viga. Com isso, aplica-se então, o método de detecção de danos através da observação da variação desses parâmetros dinâmicos para cada caso simulado.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela abaixo organiza os valores de frequência natural aferidos nos ensaios dinâmicos simulados para os 6 modelos. Nessa, têm-se os valores das diferenças percentuais entre as

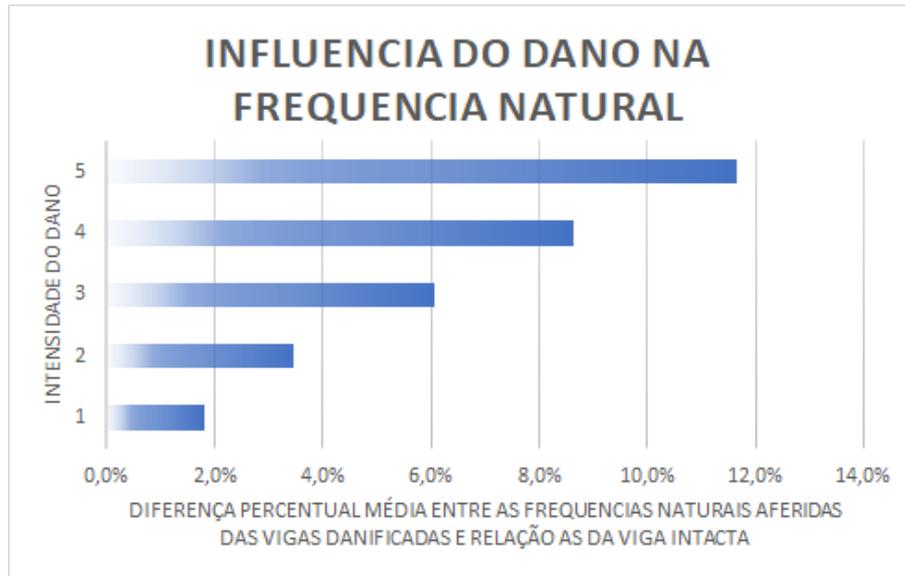
frequências naturais de vibração observadas nas vigas danificadas em comparação com as aferidas na viga não danificada.

Tabela 3 – Diferença percentual nas frequências naturais de vibração em comparação com a viga não danificada.

<b>Diferença entre as frequências naturais aferidas da viga com dano em relação as da viga intacta</b>						
<b>Ordem da Frequencia natural</b>	<b>Frequencia na viga intacta (Hz)</b>	<b>Dano 1</b>	<b>Dano 2</b>	<b>Dano 3</b>	<b>Dano 4</b>	<b>Dano 5</b>
1	43,66	2,0%	3,9%	7,0%	10,2%	14,2%
2	120,10	1,7%	3,2%	5,6%	7,8%	10,3%
3	235,00	1,9%	3,6%	6,4%	9,2%	12,5%
4	387,73	1,7%	3,3%	5,7%	8,0%	10,7%
5	578,09	1,9%	3,6%	6,4%	9,0%	12,1%
6	805,86	1,7%	3,3%	5,7%	8,2%	11,1%
7	1070,80	1,9%	3,6%	6,3%	8,9%	11,8%
8	1372,69	1,7%	3,3%	5,8%	8,3%	11,4%
9	1711,25	1,9%	3,6%	6,2%	8,8%	11,6%
10	2086,20	1,7%	3,3%	5,9%	8,4%	11,6%
11	2497,23	1,9%	3,5%	6,2%	8,6%	11,4%
12	2943,95	1,7%	3,4%	5,9%	8,6%	11,7%
13	3425,90	1,8%	3,5%	6,1%	8,5%	11,3%
14	3942,49	1,8%	3,4%	6,0%	8,7%	11,8%
15	4492,93	1,8%	3,5%	6,0%	8,5%	11,3%
16	5076,21	1,8%	3,4%	6,1%	8,7%	11,8%
17	5690,92	1,8%	3,5%	6,0%	8,4%	11,4%
18	6335,18	1,8%	3,4%	6,1%	8,8%	11,7%

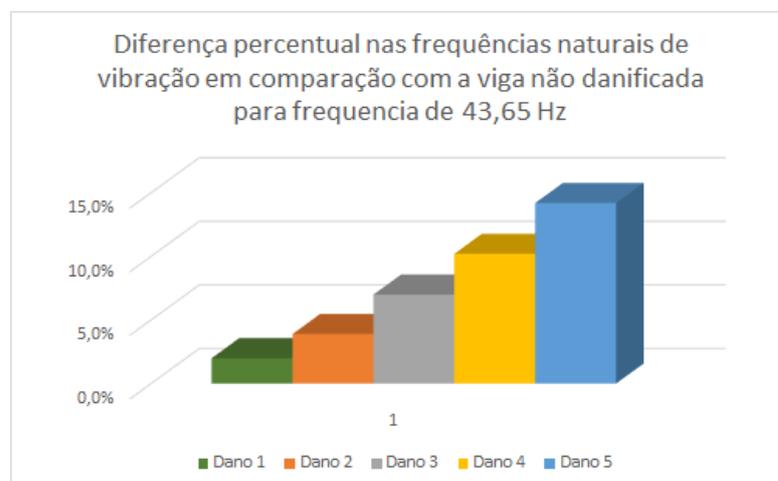
Com a execução dos ensaios observou-se que as frequências naturais obtidas para a viga analisada variam na medida em que se alternou intensidade do dano na modelagem computacional (gráfico 1).

(gráfico 1) - Influência do dano na frequência natural



Aqui, percebe-se um fato importante visto o objetivo deste trabalho: quanto maior o dano, maior será a alteração nas frequências naturais, como pode ser observado no gráfico 2 abaixo e conferido na equação 5. Isso ocorre visto que os danos, perda de área e inércia, estão diretamente relacionados a matriz de massa e rigidez. Tal constatação nos encaminha para a interpretação de que o método de exame da estrutura foi sensível à magnitude do dano. Com isso, quando se compara as frequências naturais da viga danificada com as observadas na viga não danificada, é possível ter um indicativo quantitativo do grau de degradação da estrutura. E ainda, pode-se inferir que um dano é maior que outro, o que abre a possibilidade de, a partir desse ensaio, observar a evolução da degradação de estruturas.

(gráfico 2) - Diferença percentual nas frequências naturais de vibração em comparação com a viga não danificada para frequência de 43,65 Hz

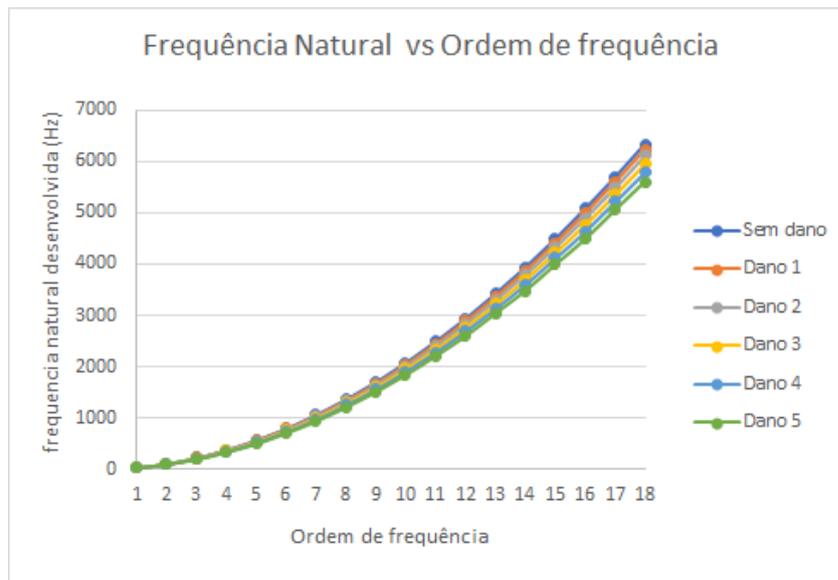


Além disso, o gráfico 2 evidencia que as frequências naturais da estrutura variam relativamente pouco quando o nível de danos provocados for pequeno, de modo a dificultar

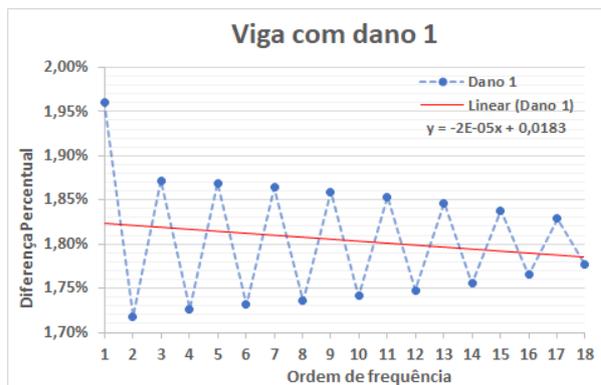
a observação da correlação entre dano e frequências naturais, sobretudo, para o caso de dados vibracionais extraídos de análises experimentais, no qual pequenas variações de frequências podem ser atribuídas a problemas inerentes às medições.

Ademais, constatou-se que essa diferença percentual entre as frequências mensuradas da viga danificada e não danificada foi mais significativa para frequências mais baixas, com as quais foi alcançada a diferença de 14,2 %, por exemplo.

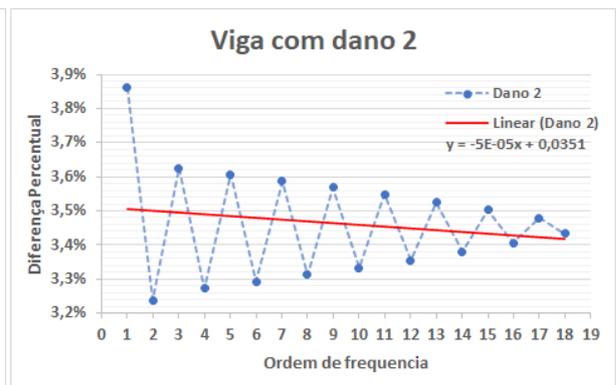
(Gráfico 3) – Gráfico de comparação entre frequência natural e ordem da vibração para diferentes danos.



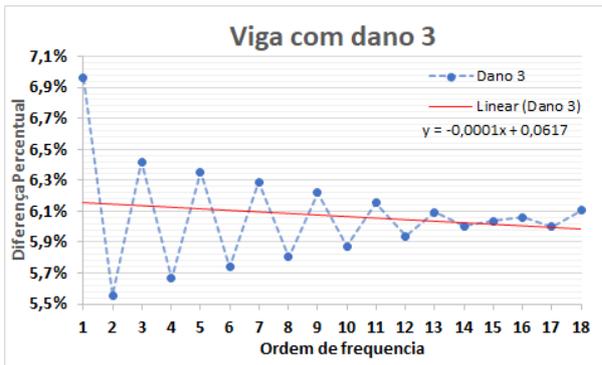
Nos gráficos 4, 5, 6 e 7 foram elaborados na intenção de analisar qual faixa de frequência promove maior contraste entre a vibração natural desenvolvida na viga intacta e a observada nas vigas com dano.



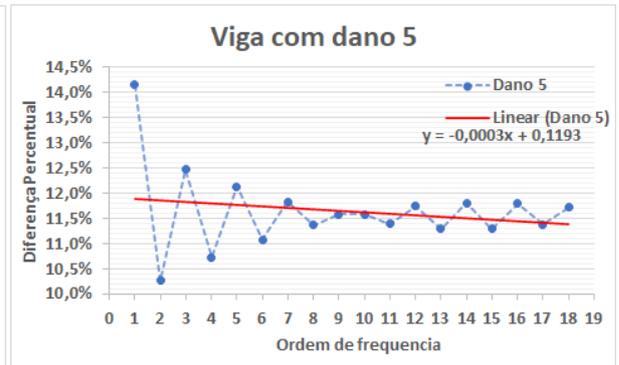
(Gráfico 4)



(Gráfico 5)

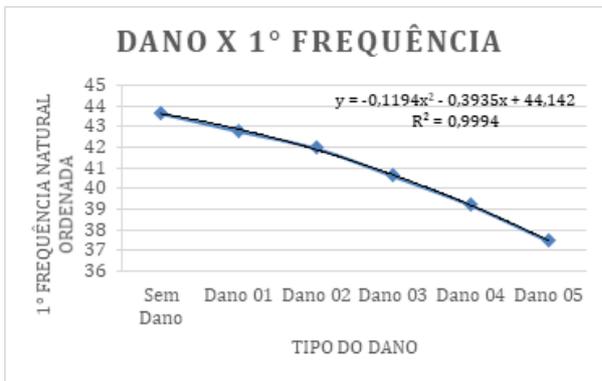


(Gráfico 6)

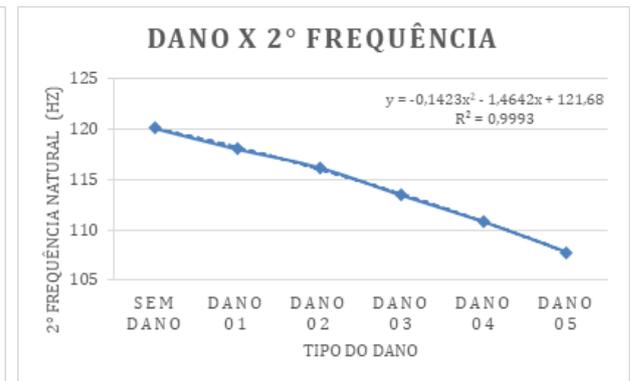


(Gráfico 7)

Os gráficos 8, 9 e 10 expressam como a variação nas frequências naturais são proporcionais à intensidade do dano, ou seja, uma frequência (eixo y) em relação aos danos inerentes a cada modelo da viga (eixo x). Foram escolhidos apenas as menores frequências, devido sua importância ao estudo de ressonância estrutural e pode-se perceber que dentro das frequências escolhidas, o comportamento manteve um padrão parabólico com concavidade

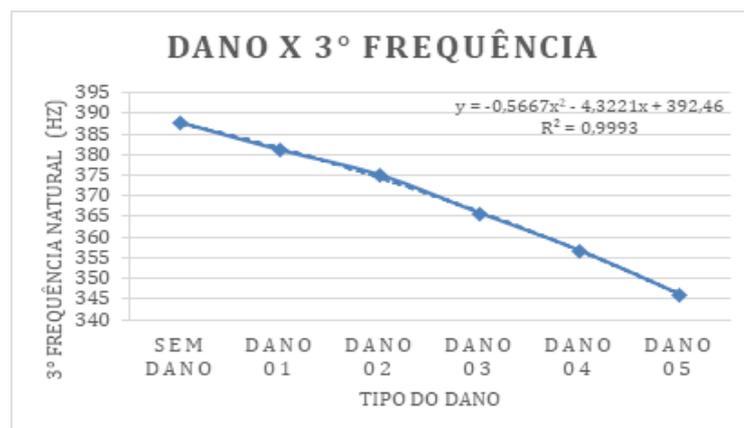


(Gráfico 8)



(Gráfico 9)

(Gráfico 10)



virada para baixo, expressando redução.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise indicou que a mudança dos valores dos dados vibracionais está relacionada à gravidade do dano presente na estrutura, mostrando que as maiores variações de frequências ocorrem para danificações mais severas. Isso implica que, quando a avaria for pouco significativa, teremos variações de frequência que podem ser confundidas com imprecisões de medição. Com isso, para esses casos, a análise direta da variação dos dados vibracionais pode ser considerada pouco sensível.

Ademais, foi possível perceber que frequências menores (das primeiras ordens) promovem maior contraste entre as vibrações naturais aferidas na viga sem dano e nas vigas com dano. Nesse sentido, constata-se que para uma observação de características dinâmicas mais sensível é necessário utilizar baixa frequência (no caso deste estudo, frequências da primeira ordem, na faixa de 37 à 44 Hz).

Dado os resultados, temos que, a partir da análise dinâmica, foi possível observar variações expressivas de propriedades da estruturas que podem revelar, por exemplo, presença de avaria, mudanças de comportamento estrutural, bem como, evolução do grau de deterioração.

Mirando o horizonte de aprofundamento deste estudo, observa-se que seria de grande relevância a realização de ensaios experimentais e análise dos parâmetros relacionados à variação dos modos e das taxas de amortecimento da estrutura. Por outro lado, pode-se ainda desenvolver um mesmo estudo fazendo uso de outros materiais como o concreto e a madeira.

## REFERÊNCIAS

Barbosa, H.J.C, Borges, C.C.H., Cury. A. *Modelo de identificação de dano estrutural baseado na variação das características modais de uma estrutura*. portal da Universidade Federal De Juíz De Fora, 2001. Disponível em: [https://www.ufjf.br/lrm/files/2009/04/cil04\\_dano1.pdf](https://www.ufjf.br/lrm/files/2009/04/cil04_dano1.pdf). Acesso em: 10/08/2021.

CHOPRA, Anil K. - *Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Segunda edição. Berkeley : Prentice, 2000. 844 p. ISBN 0-13-086973-2.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph - *Dynamic of Structures. Segunda edição ed. Berkeley : McGraw-Hill, Inc., 2003. ISBN 0-07-113241-4*.

Cury, Alexandre, et al. “Aplicação de métodos computacionais a dados vibracionais para detecção de alterações estruturais.” *XII Simpósio de Mecânica Computacional; 23 a 25 de maio, Diamantina, MG, Brasil, 2016*.

Cury, A. *Techniques D'anormalité Appliquées à la surveillance de Santé Structurale*. 2010. Tese de doutorado, Université Paris-Est, França.

Cury, A.; Borges, C. e Barbosa, F. *A two-step technique for damage assessment using numerical and experimental vibration data, Structural Health Monitoring*. 2011. v.10, p. 417-428.

Doebbling, S.; Farrar, C.; Prime, M. e Shevitz, D. *Damage identification and health monitoring on structural and mechanical systems form changes in their vibration characteristics: a literature review*. Relatório técnico. 1996. Los Alamos National Laboratory, Estados Unidos.

Fadel Miguel, L.F. *Identificação de Sistema e Avaliação Da Integridade De Estruturas Treliçadas*. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande Do Sul. Porto Alegre. 2007.

Hearn, G. and Testa, R. B. *Modal Analysis for Damage Detection in Structures*. 1991. Journal of Structural Engineering, Vol. 117(10), pp. 3042-3062.

Soriano, Humberto Lima. *Introdução à Dinâmica Das Estruturas*. Rio de Janeiro, Elsevier, 2014.